

Änderung des Rechnungszinses

Finanzvorstand Hans-Herbert hat ein (Luxus-)Problem: Durch die Änderung des Rechnungszinssatzes der Pensionskasse müssen Rückstellungen erhöht (erniedrigt) werden.

Zum Verständnis: Viele (vor allem große) Firmen garantieren den Mitarbeitern Betriebsrenten, die sie nach ihrem Arbeitsleben erhalten – natürlich abhängig von der Firmenzugehörigkeitsdauer. Zu diesem Zweck zahlen die Firmen in Pensionsfonds ein, die die Renten zur gegebenen Zeit auszahlen.

Beispiel:

Mitarbeiter Willi werden zur Beginn seiner Rente 500 € monatlich (zur Vereinfachung: 6000 € jährlich) garantiert. Der Fonds rechnet mit einer durchschnittlichen Zahlungsdauer von 20 Jahren.

Wieviel Kapital muss zu Beginn von Willis Rente eingezahlt worden sein, damit bei einem Rechnungszins p (das ist der Zins, mit dem das Kapital in den nächsten 20 Jahren verzinst wird) das gesamte Kapital nachschüssig (also am Ende eines jeden Jahres) aufgebraucht ist (umgekehrtes Annuitätendarlehen)?

Anmerkung: Dieses Kapital K_0 ist der Barwert der Betriebsrente. Dieses Kapital könnte man sich ggf. zu Beginn der Rente als Einmalzahlung auszahlen lassen.

Berechnung für das Kapital nach n Jahren:

$$K_1 = K_0 * (1+p) - 6000$$

$$\begin{aligned} K_2 &= K_1 * (1+p) - 6000 &= K_0 * (1+p) * (1+p) - 6000 * (1+p) - 6000 \\ & &= K_0 * (1+p)^2 - 6000 * (1+p) - 6000 \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 * (1+p)^n - 6000 * (1+p)^{n-1} - \dots - 6000 * (1+p) - 6000 \\ &= K_0 * (1+p)^n - 6000 * ((1+p)^{n-1} + (1+p)^{n-2} + \dots + (1+p)^0) \\ &= K_0 * (1+p)^n - 6000 * \sum_{i=0}^{n-1} (1+p)^i \quad (*) \end{aligned}$$

Bei der Summe handelt es sich um eine geometrische Reihe mit $q = 1 + p$.

$$\text{Es gilt: } \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \quad (**)$$

Formt man die Gleichung (*) nach K_0 um und setzt (**) ein und beachtet die obere Grenze, erhält man:

$$K_0 = \frac{K_n + 6000 \frac{((1+p)^n - 1)}{((1+p) - 1)}}{(1+p)^n} = \frac{K_n + 6000 \frac{((1+p)^n - 1)}{p}}{(1+p)^n}$$

Laut Aufgabe ist nach 20 Jahren das Kapital „verzehrt“, also $K_{20} = 0$.

Außerdem beträgt der Rechnungszins $p = 0,04$.

Daraus folgt: $K_0 = 6000 (1,04^{20} - 1) / (0,04 * 1,04^{20}) = 81542 \text{ €}$

Zu Beginn der Rente müssen in die Pensionskasse demzufolge 81542 € eingezahlt worden sein.

Fällt nun der Rechnungszins von 4% auf 3%, benötigt der Fonds ein höheres Anfangskapital K_0 . Die Differenz muss das Unternehmen als Einmalzahlung an den Fonds übertragen (ggfs Rückstellungen bilden). Durch eine Anpassung des Rechnungszinses (in Maßen) kann ein Unternehmen also seine Bilanz ändern. Üblicherweise überweist die Firma in der Ansparphase (aktive Zeit der Arbeitnehmer) für jeden Mitarbeiter einen bestimmten Betrag an den Pensionsfonds, so dass zu Beginn der Rente besagtes Kapital zur Verfügung steht.

Ermitteln Sie die Differenz für Willis Rente. $K_0 = 89265 \text{ €}$

Für die Ansparphase gilt Ähnliches. Auch der Pensionsfonds kalkuliert mit einem Rechnungszins.

Beispiel:

Willis Sohn ist 30 Jahre alt und wird demzufolge noch 37 Jahre bis zur Rente arbeiten müssen. Welchen Betrag x muss die Firma jährlich an den Fonds überweisen, damit nach 37 Jahren das notwendige Kapital bei einem Rechnungszins von 4% zur Verfügung steht?

$$K_1 = x$$

$$K_2 = K_1 * (1+p) + x = x * (1+p) + x$$

$$K_3 = K_2 * (1+p) + x = x * (1+p)^2 + x * (1+p) + x$$

...

$$K_n = x * \sum_{i=0}^{n-1} (1+p)^i = x * \frac{(1+p)^n - 1}{p}$$

$$K_{37} = x * (1,04^{37} - 1) / 0,04 \rightarrow x = 998 \text{ €}.$$

Welchen jährlichen Betrag muss die Firma bei dem neuen Rechnungszins von 3% überweisen?

$$x = 1349 \text{ €} \text{ (höherer Kapitalbedarf, niedrigerer Zins)}$$

Steigt der Rechnungszins, kann die Firma Buchgewinne (niedrigerer Kapitalbedarf) generieren.